

ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

(1) ΓΕΝΙΚΑ

ΣΧΟΛΗ	Σχολή Επιστημών & Τεχνολογίας της Πληροφορίας		
ΤΜΗΜΑ	ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ		
ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	1 ^{ου} κύκλου Σπουδών (Προπτυχιακό)		
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	6256	ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	8 ^ο
ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Θεωρία Μέτρου με Αναφορές στις Πιθανότητες και τη Στατιστική		
ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ		ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	ΠΙΣΤΩΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ
Διαλέξεις		4	7
ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	Επιλογής		
ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:	Το μάθημα δεν έχει προαπαιτούμενα αλλά βασικές γνώσεις Γραμμικής Άλγεβρας, Μαθηματικού Λογισμού, Πιθανοτήτων, Στατιστικής Συμπερασματολογίας, και Στοχαστικών Διαδικασιών είναι χρήσιμες.		
ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:	ΕΛΛΗΝΙΚΑ		
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS			
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)	https://www.dept.aueb.gr/el/stat/content/theoria-metrou-me-anafores-stis-pithanotites-kai-ti-statistiki-7-ects		

(2) ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Μαθησιακά Αποτελέσματα
Οι φοιτητές αφού παρακολουθήσουν με επιτυχία το μάθημα θα εξοικειωθούν με τις βασικές έννοιες της θεωρίας μέτρου και ολοκλήρωσης και θα είναι σε θέση να μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάποια από τα βασικά εργαλεία της. Έτσι, θα είναι σε θέση να μπορούν να προσεγγίσουν και από μια πιο μετροθεωρητική σκοπιά τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται στις πιθανότητες και την στατιστική καθώς επίσης και των τεχνικών της στατιστικής/μηχανικής μάθησης.
Γενικές Ικανότητες

(3) ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Σύνολα και συναρτήσεις. Άλγεβρες και σ-άλγεβρες συνόλων. Ανοιχτά κλειστά και συμπαγή υποσύνολα των πραγματικών αριθμών. Κατασκευή του μέτρου Lebesgue στους πραγματικούς αριθμούς. Σύνολα μετρήσιμα κατά Borel και Lebesgue. Το σύνολο του Cantor και η συνάρτηση του Cantor. Σύνολα μη μετρήσιμα κατά Lebesgue.
--

Συναρτήσεις μετρήσιμες κατά Lebesgue. Συναρτήσεις Borel. Τυχαίες μεταβλητές. Ακολουθίες συναρτήσεων και τυχαίων μεταβλητών και έννοιες σύγκλισης (σχεδόν βέβαιη, σε μέτρο).

Το ολοκλήρωμα Lebesgue, κατασκευή και ιδιότητες. Βασικά θεωρήματα σύγκλισης, (Λήμμα Fatou, θεώρημα μονότονης σύγκλισης, θεώρημα κυριαρχημένης σύγκλισης). Αναμενόμενη τιμή. Σύγκλιση σε κατανομή και εφαρμογές στην στατιστική (εκτιμητική, προσομοίωση κλπ).

Χώροι Lebesgue ολοκληρώσιμων συναρτήσεων και τυχαίων μεταβλητών και η δομή τους ως μετρικοί χώροι. Ανισότητες Holder και Minkowski, το θεώρημα Bepo-Levi και πληρότητα. Σύγκλιση σε χώρους Lebesgue και εφαρμογές. Η περίπτωση του L^2 , η δομή του ως χώρος Hilbert, το θεώρημα προβολής και η σχέση του με την υπο συνθήκη μέση τιμή (ΥΣΜΤ ως βέλτιστη εκτιμήτρια), βάσεις και αναπτύγματα (πχ. ανάπτυγμα Karhunen-Loeve κλπ).

Γινόμενο μέτρο, κατασκευή και ιδιότητες και σχέση με ανεξαρτησία. Ολοκλήρωση και γινόμενο μέτρο, θεώρημα Fubini.

Απόλυτη συνέχεια και ιδιομορφία μέτρων. Διασπάσεις Hahn-Jordan. Παραγωγή Radon-Nikodym. Ο χώρος των μέτρων ως επέκταση των συναρτήσεων. Εφαρμογές στην στατιστική (η υπό συνθήκη μέση τιμή υπο νέο πρίσμα, πιθανοφάνεια, προσομοίωση ακραίων γεγονότων, συνέπεια) στα χρηματοοικονομικά.

Ο χώρος των μέτρων ως μετρικός χώρος και εφαρμογές. Απόσταση ολικής μεταβολής, απόσταση Helinger, απόσταση Kuhlback-Leibler (εντροπία), αποστάσεις μεταφοράς (transportation distance). Εφαρμογές στην επιλογή υποδείγματος, την στατιστική και μηχανική μάθηση κ.α.

(4) ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ	Πρόσωπο με Πρόσωπο	
ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ	ΝΑΙ	
ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου
	Διαλέξεις στην τάξη	91
	Μελέτη και Ανάλυση Βιβλιογραφίας	67
	Συγγραφή Εργασίας	17
	Σύνολο Μαθήματος	175
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ	Εργασίες. Γραπτή εξέταση στο τέλος του εξαμήνου και/ή Απαλλακτική Εργασία συνοδευόμενη από παρουσίαση.	

(5) ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Athreya, Krishna B., and Soumendra N. Lahiri. Measure theory and probability theory. Springer Science & Business Media, 2006.
- Billingsley, P. 2008. Probability and measure. John Wiley & Sons.
- Capinski, M., & Kopp, E., (2003). Measure, Integral and Probability. Springer-Verlag.
- Jacod, J., & Protter, P. E. (2003). Probability essentials. Springer Science & Business Media.
- Καλπαζίδου, Σ. (2002). Στοιχεία μετροθεωρίας πιθανοτήτων. Εκδόσεις ΖΗΤΗ.